<u>Questão 1</u> – Matemática

Sendo a > 0 e a ≠ 1, encontre o valor de x que verifica a equação: $\begin{vmatrix} a^x & a^x & 1 \\ a^x & a^{-x} & 0 \\ 0 & a^{-x} & 1 \end{vmatrix} = 2 - a^8$.

Resolvendo o determinante, obtém-se $a^{2x} = a^8$*, o que leva ao resultado* $x = 4$*.*

<u>Questão 2</u> – Matemática

A razão entre o complemento de um ângulo $\hat{A}$ e o suplemento de um ângulo $\hat{B}$ é igual a 5. Se $\hat{A}$ e $\hat{B}$ são ângulos consecutivos de um paralelogramo, encontre as medidas desses ângulos.

Deve-se ter: $\dfrac{90^0 - \hat{A}}{180^0 - \hat{B}} = 5$*.*

Como $\hat{A} + \hat{B} = 180^0$*, obtêm-se* $\hat{A} = 15^0$ *e* $\hat{B} = 165^0$*.*

<u>Questão 3</u> – Matemática

Os ângulos internos de um triângulo acutângulo formam uma progressão aritmética de razão 15 graus e o seu lado maior mede 9 cm. Quanto mede o lado menor desse triângulo?

Da PA conclui-se que os ângulos medem 45^0*,* 60^0 *e* 75^0*.*

Chamando de x *a medida do lado menor e aplicando a Lei dos Senos, tem-se:* $\dfrac{x}{\text{sen}45^0} = \dfrac{9}{\text{sen}75^0}$.

Resolvendo, obtém-se $x = 9\left(\sqrt{3} - 1\right)$ cm*.*

<u>Questão 4</u> – Matemática

Três polígonos convexos são tais que a soma dos ângulos externos do primeiro, a soma dos ângulos internos do segundo e a soma dos ângulos internos do terceiro formam, nesta ordem, uma progressão geométrica de razão 3. Quantas diagonais têm, juntos, o segundo e o terceiro polígonos?

Tem-se a PG: $\left(360^0, 1080^0, 3240^0\right)$*.*

Chamando de n_2 *e* n_3 *os números de lados do segundo e terceiro polígonos, respectivamente, obtêm-se* $n_2 = 8$ *e* $n_3 = 20$*.*

Assim, os polígonos têm, juntos, 190 diagonais.

<u>Questão 5</u> – Matemática

Determine a área total, em m^2, de um prisma reto de altura 5 metros e cuja base é um hexágono regular inscrito num círculo de raio de 2 metros.

A área total do prisma é $A_t = A_\ell + 2B$*, em que:* $\begin{cases} A_t = \text{área total} \\ A_\ell = \text{área lateral} \\ B = \text{área da base} \end{cases}$*.*

No caso: $\begin{cases} A_\ell = 60\ m^2 \\ B = 6\sqrt{3}\ m^2 \end{cases}$*; portanto:* $A_t = 60 + 12\sqrt{3}\ m^2$*.*

<u>Questão 6</u> – Matemática

Identifique a posição relativa dos pontos $A(-1,-4)$ e $B(4,7)$ em relação à circunferência $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 36 = 0$. Se C é o centro dessa circunferência, qual a área do triângulo ABC?

A circunferência tem centro $C(2,3)$ *e raio* $r = 7$.

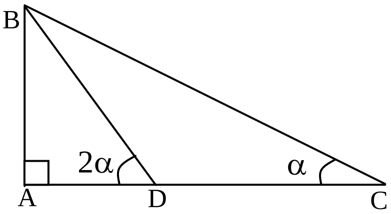
Tem-se: $d_{AC} = \sqrt{58} \quad \Rightarrow \quad d_{AC} > r$. *Então* A *é exterior à circunferência.*

Tem-se: $d_{BC} = \sqrt{20} \quad \Rightarrow \quad d_{BC} < r$. *Então* B *é interior à circunferência.*

A área do triângulo ABC *será* $S = 1\ [\text{u.A.}]$

<u>Questão 7</u> – Matemática

Na figura ao lado, sabe-se que $AB = 4$ cm e $BD = 5$ cm. Qual é a área do triângulo BCD, em cm^2?



Chamando $CD = x$, *tem-se:* $\begin{cases} \text{do } \Delta ABD \quad \Rightarrow \quad tg2\alpha = \dfrac{4}{3} \\ \text{do } \Delta ABC \quad \Rightarrow \quad tg\alpha = \dfrac{4}{3+x} \end{cases}$.

Assim: $x = 5\,\text{cm}$ *e* $S = 10\ \text{cm}^2$ *(área do triângulo* BCD*).*

Esta questão possui outra solução. O triângulo BCD é isósceles, com $x = CD = BD = 5\ cm$.

<u>Questão 8</u> – Matemática

Seja P(x) um polinômio do 2º grau que satisfaz as seguintes condições: $P(0) = -2$, $P(0) + P(1) = 1$ e $P(1) - 2P(3) = -47$. Nestas condições, determine o Conjunto-Solução da inequação $P(x) \geq 0$.

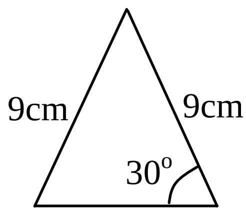
O polinômio tem a forma $P(x) = ax^2 + bx + c$.

Das condições dadas, conclui-se que $P(x) = 2x^2 + 3x - 2$.

Para $P(x) \geq 0$, *obtém-se o Conjunto-Solução:* $S = \left\{ x \in \Re \,/\, x \leq -2 \text{ ou } x \geq \dfrac{1}{2} \right\}$.

<u>Questão 9</u> – Matemática

O triângulo da figura ao lado representa a seção meridiana de um cone circular reto. Qual é o volume desse cone? E a sua área total?



A altura e o raio do cone serão, respectivamente, $h = \dfrac{9}{2}$ cm *e* $r = \dfrac{9\sqrt{3}}{2}$ cm.

Como $V = \dfrac{\pi r^2 h}{3}$ *(volume), então* $V = \dfrac{729\pi}{8}$ cm^3.

Como $A_t = \pi r^2 + \pi r g$ *(área total), então* $A_t = \dfrac{81\pi}{2}\left(\dfrac{3}{2} + \sqrt{3}\right)$ cm^2.

<u>Questão 10</u> – Matemática

Dispõe-se de um grupo de 10 pessoas para formar comissões constituídas por 4 pessoas. Porém, entre essas 10 pessoas, existe um casal (marido e esposa) que não pode participar, juntos, dessas comissões. Pergunta-se:

a) De quantas maneiras distintas essas comissões podem ser formadas?
b) Escolhendo-se, aleatoriamente, uma das comissões formadas, qual é a probabilidade de que a esposa faça parte dessa comissão?

a) Têm-se as situações:

I. Comissões sem o casal: $C_8^4 = 70$

II. Comissões com a esposa e sem o marido: $C_8^3 = 56$

III. Comissões com o marido e sem a esposa: $C_8^3 = 56$

O total N *de comissões possíveis será* $N = 182$*.*

b) Chamando de P a probabilidade pedida, tem-se: $P = \dfrac{56}{182} \Rightarrow P = \dfrac{4}{13}$.